



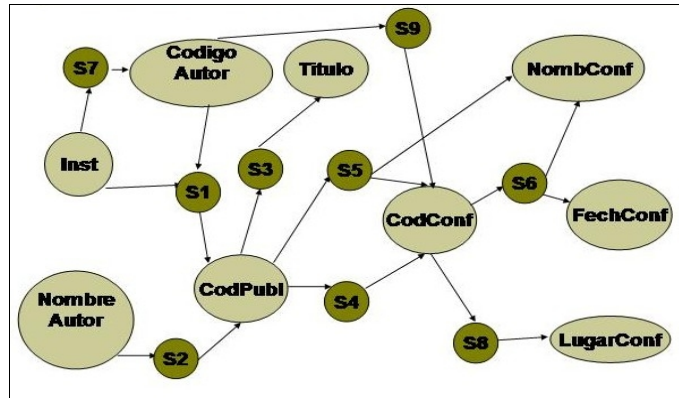
### Examen 3 (15%) (120 minutos)

#### Pregunta 1 (8 pts)

Un grupo de investigadores de la USB ha estado trabajando en cómo representar dependencias entre funciones con el fin de definir un mecanismo de planificación para la ejecución de un conjunto de funciones. Las dependencias entre estas funciones se da a nivel de los tipos de datos que éstas necesitan para invocarse y los tipos de datos que éstas retornan. Todas las funciones están implementadas en un lenguaje que les permite retornar uno o más valores por cada invocación.

Los investigadores acaban de establecer que una manera bastante flexible de hacer esta representación es usando grafos Bipartitos: grafos cuyo conjunto de vértices  $V$  se puede particionar en dos subconjuntos disjuntos  $U$  y  $W$ , tal que  $E \subseteq U \times W \cup W \times U$ , es decir, todas las aristas tienen origen en uno de los conjuntos y destino en otro.

En este caso particular los vértices en  $W$  denotan funciones y los vértices en  $U$  denotan tipos de datos. La siguiente figura muestra cómo se representan estas dependencias usando este tipo de grafos.



En la figura, las funciones están denotadas por el color verde oscuro y los tipos de datos por el verde claro. De esta manera, note que la función **S2** recibe un solo parámetro de tipo *NombreAutor* y genera un dato de tipo *CodPubl*. Asimismo, la función **S5** recibe un parámetro de tipo *CodPubl* y genera un par de valores de retorno de tipos *CodConf* y *NombConf*. Este tipo de representación, establece una dependencia entre funciones, por ejemplo, note que la función **S2** sólo puede ser invocada cuando existe al menos un dato de tipo *NombreAutor*, y después de ser invocada generará al menos un dato de tipo *CodPubl*.

Dado un grafo  $G=(V, E)$ , donde  $V = W \cup U$  y  $E \subseteq U \times W \cup W \times U$ , este grupo de investigadores le pide a Ud que:

1. Defina un mecanismo que permita determinar cómo dar un orden que incluya todas las funciones en  $W$  de manera que se puedan ejecutar todas las funciones.

2. Asumiendo que se cuenta con un conjunto de instancias de algunos tipos en  $U^1$ , determine el número de formas de ejecutar las funciones en  $W$ , es decir, indique cómo calcular cuantas maneras diferentes hay de ejecutar las funciones en  $W$  respetando las dependencias establecidas en  $E$ . Note que su solución debe considerar la verificación de que se cumplen las dependencias establecidas entre datos y funciones.

### **Pregunta 2 (4 pts)**

Dado un grafo no dirigido  $G=(V,E)$ . Considere que sobre este grafo se desea realizar una secuencia de consultas, cada una con un par de nodos  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ . Para cada consulta, Usted debe determinar si existe exactamente un camino simple de  $\mathbf{a}$  a  $\mathbf{b}$ .

Debe proponer una solución algorítmica al problema cuya complejidad esté asintóticamente acotada por  $O(Q*(|V| + |E|))$ , donde  $Q$  es el número de consultas.

### **Pregunta 3 (3 pts)**

En el proyecto 4, se garantizó que en los grafos no habría dos arcos con el mismo costo.

Explique detalladamente el comportamiento de los algoritmos de Prim y Kruskal para el cálculo de Árbol Mínimo Cobertor en los casos en los que en el grafo exista al menos dos arcos con el mismo costo.

Sea exhaustivo y justifique bien su respuesta.

Responda las preguntas en hojas bien identificadas.

Suerte!

---

1 Por ejemplo, cuenta con al menos una instancia de *NombreAutor*, y al menos una instancia de *Inst*.